

Questão 01

Um grupo de alunos de uma escola deveria visitar o Museu de Ciência e o Museu de História da cidade. Quarenta e oito alunos foram visitar pelo menos um desses museus. 20% dos que foram ao de Ciência visitaram o de História e 25% dos que foram ao de História visitaram também o de Ciência.

Calcule o número de alunos que visitaram os dois museus.

Questão 02

O coquetel preferido de João tem 15% de álcool e é uma mistura de tequila e cerveja. No bar onde pediu que lhe preparassem esse coquetel, a tequila e a cerveja tinham, respectivamente, 40% e 5% de álcool.

Calcule a razão entre os volumes de tequila e cerveja usados nessa mistura.

Questão 03

Os números 204 , 782 e 255 são divisíveis por 17.

Considere o determinante de ordem 3 abaixo:

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 7 & 8 & 2 \\ 2 & 5 & 5 \end{vmatrix}$$

Demonstre que esse determinante é divisível por 17.

Questão 04

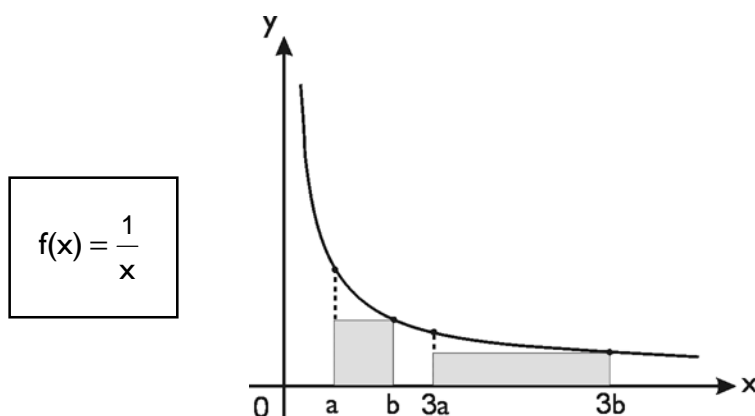
Observe a tabela de Pitágoras.

3	4	5
6	8	10
9	12	15
12	16	20
....

Calcule a soma de todos os números desta tabela até a vigésima linha.

Questão 05

Considere a função f , definida para todo x real positivo, e seu respectivo gráfico.



Se a e b são dois números positivos ($a < b$), a área do retângulo de vértices $(a,0)$, $(b,0)$ e $(b, f(b))$ é igual a $0,2$.

Calcule a área do retângulo de vértices $(3a, 0)$, $(3b, 0)$ e $(3b, f(3b))$.

Questão 06

Um triângulo acutângulo ABC tem 4 cm^2 de área e seus lados \overline{AB} e \overline{AC} medem, respectivamente, 2 cm e 5 cm .

Mantendo-se as medidas desses dois lados e dobrando-se o ângulo interno \hat{A} , calcule o aumento percentual de sua área.

Questão 07

Uma indústria produz três tipos de correntes.

A tabela abaixo indica os preços praticados para uma produção total de 100 m .

TIPOS	PRODUÇÃO (metros)	PREÇOS POR METRO (R\$)	
		Custo	Venda
I	x	2,00	3,00
II	y	4,00	5,00
III	z	5,00	P
Total	100	320,00	460,00

A quantidade z de metros produzidos da corrente do tipo III é um número inteiro.

Se $5 < P \leq 10$, calcule os possíveis valores inteiros de P .

Questão 08

Os afixos de três números complexos são equidistantes de $(0,0)$ e vértices de um triângulo equilátero. Um desses números é $1 + i\sqrt{3}$.

Calcule os outros números na forma $a + bi$.

Questão 09

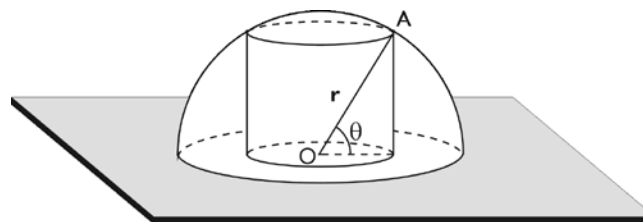
Uma prova é composta por 6 questões com 4 alternativas de resposta cada uma, das quais apenas uma delas é correta.

Cada resposta correta corresponde a 3 pontos ganhos; cada erro ou questão não respondida, a 1 ponto perdido.

Calcule a probabilidade de um aluno que tenha respondido aleatoriamente a todas as questões obter um total de pontos exatamente igual a 10.

Questão 10

Observe a figura abaixo, que representa um cilindro circular reto inscrito em uma semi-esfera, cujo raio \overline{OA} forma um ângulo θ com a base do cilindro.



Se θ varia no intervalo $]0, \frac{\pi}{2}[$ e o raio da semi-esfera mede r , calcule a área lateral máxima deste cilindro.

Questão 11

$$x^3 + x + 10 = 0$$

$$x^3 - 19x - 30 = 0$$

As equações acima, em que $x \in \mathbb{C}$, têm uma raiz comum.

Determine todas as raízes não-comuns.

Questão 12

O volume de água em um tanque varia com o tempo de acordo com a seguinte equação:

$$V = 10 - |4 - 2t| - |2t - 6|, t \in \mathbb{R}_+$$

Nela, V é o volume medido em m^3 após t horas, contadas a partir de 8h de uma manhã. Determine os horários inicial e final dessa manhã em que o volume permanece constante.

Questão 13

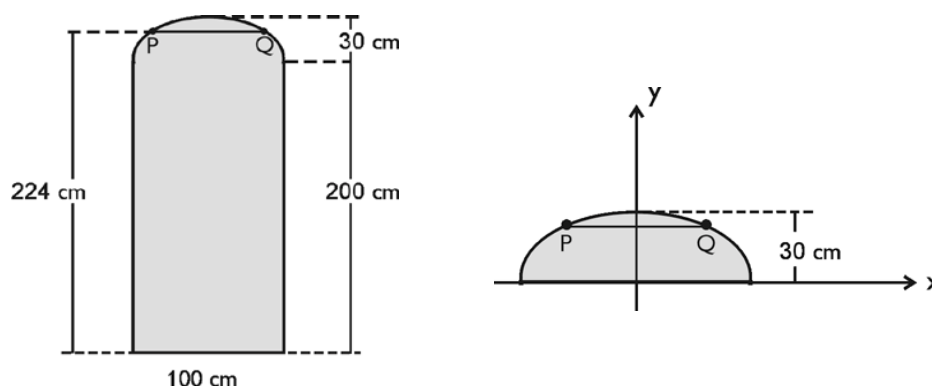
Considere dois números naturais ab e cd em que a, b, c e d são seus algarismos.

Demonstre que, se $ab \cdot cd = ba \cdot dc$, então $a \cdot c = b \cdot d$.

Questão 14

Uma porta colonial é formada por um retângulo de $100 \text{ cm} \times 200 \text{ cm}$ e uma semi-elipse.

Observe as figuras:

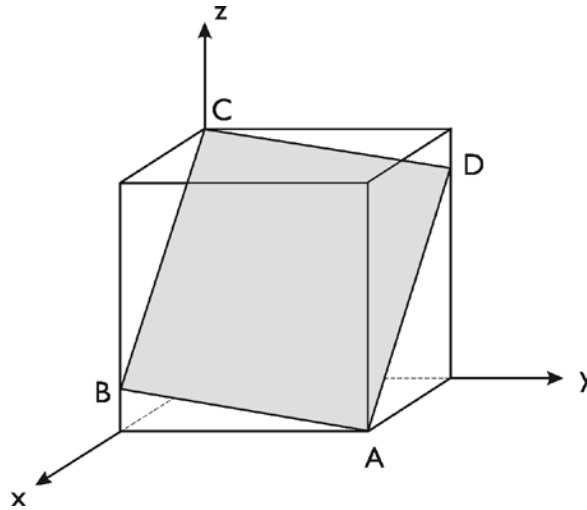


Na semi-elipse o eixo maior mede 100 cm e o semi-eixo menor, 30 cm .

Calcule a medida da corda \overline{PQ} , paralela ao eixo maior, que representa a largura da porta a 224 cm de altura.

Questão 15

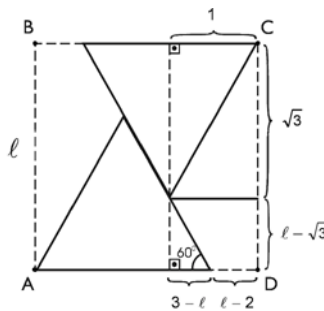
Observe a figura abaixo.



Ela representa um cubo de aresta 2, seccionado pelo plano ABCD; $B=(2,0, t)$ e t varia no intervalo $[0,2]$.

Determine a menor área do quadrilátero ABCD.

Questão 16



A figura acima representa um quadrado ABCD e dois triângulos equiláteros equivalentes.

Se cada lado desses triângulos mede 2 cm, calcule o lado do quadrado ABCD.

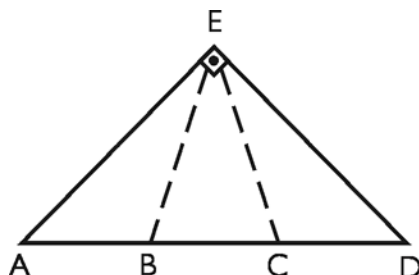
Questão 17

$$\left(x + \frac{1}{x^5}\right)^n$$

Na potência acima, n é um número natural menor do que 100.

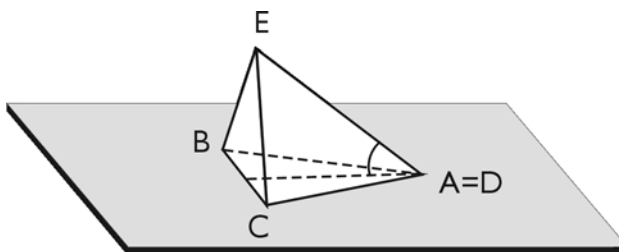
Determine o maior valor de n , de modo que o desenvolvimento dessa potência tenha um termo independente de x .

Questão 18



A figura acima representa uma chapa de metal com a forma de um triângulo retângulo isósceles em que $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 2$ m.

Dobrando-a nas linhas \overline{BE} e \overline{CE} , constrói-se um objeto que tem a forma de uma pirâmide.



Desprezando a espessura da chapa, calcule o cosseno do ângulo formado pela aresta \overline{AE} e o plano ABC.

Considere a equação abaixo, que representa uma superfície esférica, para responder às questões de números 19 e 20.

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$$

Questão 19

Determine a equação da circunferência obtida pela interseção da superfície acima e o plano coordenado XOY.

Questão 20

Determine o total de pontos da superfície esférica acima com todas as coordenadas inteiras.