

PADRÃO DE RESPOSTAS

(valor de cada questão = 2,0 pontos)

Questão	Resposta
1	<p>Valor do carro: $v = 40.000 \times (0,81)^{\frac{t}{2}}$</p> <p>Investimento de Pedro: $I = 5.000 \times (1,28)^{\frac{t}{2}}$</p> $5.000 \times (1,28)^{\frac{t}{2}} = 40.000 \times (0,81)^{\frac{t}{2}} \Rightarrow \left(\frac{1,28}{0,81}\right)^{\frac{t}{2}} = 8$ $\frac{t}{2} \times (7 \log 2 - 4 \log 3) = 3 \log 2 \Rightarrow t = \frac{6 \log 2}{7 \log 2 - 4 \log 3} \Rightarrow t = \frac{6 \times 0,3}{7 \times 0,3 - 4 \times 0,48} = \frac{1,8}{0,18} = \mathbf{10 \text{ anos}}$
2	<p>$R \cos(\alpha t - \beta) = R(\cos \alpha t \times \cos \beta + \sin \alpha t \times \sin \beta) = (R \cos \beta) \times \cos \alpha t + (R \sin \beta) \times \sin \alpha t$</p> <p>$A \cos \alpha t + B \sin \alpha t = (R \cos \beta) \times \cos \alpha t + (R \sin \beta) \times \sin \alpha t \Rightarrow \begin{cases} R \cos \beta = A \\ R \sin \beta = B \end{cases}$</p> <p>$R^2 = A^2 + B^2 \Rightarrow R = \sqrt{A^2 + B^2}$</p> <p>$\tan \beta = \frac{B}{A} \Rightarrow \beta = \mathbf{\arctan \frac{B}{A}}$</p>
3	<p>a = medida do semi-eixo maior b = medida do semi-eixo menor c = metade da distância focal e = excentricidade</p> <p>$e = \frac{c}{a} = 0,6$ e $2b = 8 \Rightarrow b = 4$ e $\frac{c}{a} = \frac{3}{5}$</p> <p>Na elipse: $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 16 + \frac{9}{25}a^2 \Rightarrow \frac{16}{25}a^2 = 16 \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$</p> <p>Área da elipse = 20π. Como as circunferências maior e menor são tangentes, pela figura podemos concluir que suas áreas são 25π e 16π.</p> <p>Área da região definida pela cor cinza = $25\pi - 20\pi + 16\pi = \mathbf{21\pi}$</p>

Matemática

4	<p>Inicialmente as velocidades formam uma PA de razão 5, cujo primeiro termo é 70 e o último é 100. Usando a fórmula do termo geral $\Rightarrow 100 = 70 + (n-1) \times 5 \Rightarrow n = 7$</p> <p>Distância = $\frac{(35+50)}{2} \times 7 = 297,5$ km</p> <p>Temos, então, $a_8 = 98$ e uma nova PA de razão -2. Usando a fórmula do termo geral, $a_{17} = 98 + 9 \times (-2) = 80$</p> <p>Distância = $\frac{(24,5+20)}{2} \times 10 = 222,5$ km</p> <p>Distância total percorrida = 520 km</p>																
5	<p>$A = \frac{3F}{2} \Rightarrow \frac{3F}{2} = 9 \Rightarrow F = 6$ faces triangulares</p> <p>área total = $6 \times \frac{40^2 \sqrt{3}}{4} = 3 \times \frac{40^2 \sqrt{3}}{2} \cong 4080$ cm²</p> <p>área de cada folha de papel = 32 cm \times 56 cm = 1792 cm²</p> <p>número mínimo de folhas = $4080 \div 1792 \cong 2,3 \Rightarrow$ 3 folhas</p>																
6	<p>Táxis que não são de marca W: $0,60 \times 0,25 = 0,15 = 15\%$</p> <table border="1" data-bbox="252 1075 699 1265"> <thead> <tr> <th></th> <th>táxis</th> <th>outros</th> <th>total</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>W</th> <td>x</td> <td>y</td> <td>20%</td> </tr> <tr> <th>outros</th> <td>15%</td> <td>z</td> <td>m</td> </tr> <tr> <th>total</th> <td>25%</td> <td>n</td> <td>100%</td> </tr> </tbody> </table> <p>$20 + m = 100 \Rightarrow m = 80\%$</p> <p>$15 + z = m \Rightarrow z = 65\%$</p>		táxis	outros	total	W	x	y	20%	outros	15%	z	m	total	25%	n	100%
	táxis	outros	total														
W	x	y	20%														
outros	15%	z	m														
total	25%	n	100%														
7	<p> $\begin{cases} 5x + 2y = z + 10 \\ 3x + 3y = z - 29 \\ 8y = z \end{cases}$ em que: x = valor de A y = valor de B z = o valor da quantia </p> <p>x = 32 y = 25 z = 200</p> <p>valor da quantia = R\$ 200.000,00</p>																

8	<p>Dimensões da casa: x e y</p> $\begin{cases} x \times y = 54 \\ (x + 6)(y + 4) = 156 \end{cases}$ $\begin{cases} x \times y = 54 \\ 2x + 3y = 39 \end{cases}$ <p>$2x^2 - 39x + 162 = 0 \quad \text{P } x=6 \text{ e } y=9 \text{ ou } x=13,5 \text{ e } y=4$</p> <p>x = 6 m y = 9 m</p>
9	<p>área não ocupada = área do lote – área da casa</p> <p>área não ocupada = $156 \text{ m}^2 - 54 \text{ m}^2 = 102 \text{ m}^2$</p> <p>área da lajota = $1.600 \text{ cm}^2 = 0,16 \text{ m}^2$</p> <p>número de lajotas necessárias para revestir o piso da área não ocupada = $\frac{102}{0,16} = 637,5$ lajotas</p> <p>100% — 637,5 110% — x</p> <p>$\Rightarrow x = 11 \times \frac{637,5}{10}$ lajotas $\cong 701,25$ lajotas</p> <p>701,25 lajotas \div 11 lajotas = 63,75 caixas</p> <p>Número mínimo de caixas: 64 caixas</p>
10	<p>Por meio da análise do gráfico e da equação, verificamos que existem três raízes reais: 0 é raiz simples e 3 é raiz dupla.</p> <p>Então, $e = t \times (t - 3)^2 \Rightarrow e = t^3 - 6t^2 + 9t$</p> <p>Para determinar os instantes dos encontros:</p> <p>$t^3 - 6t^2 + 9t = 4t \Rightarrow t^3 - 6t^2 + 5t = 0$</p> <p>$t \times (t^2 - 6t + 5) = 0$</p> <p>$t = 0 \text{ s}, t = 1 \text{ s e } t = 5 \text{ s}$</p> <p>posições dos encontros: 0 m, 4 m e 20 m</p> <p>posição mais afastada = 20 m</p>