



EXAME DISCURSIVO

2ª FASE

02/12/2012

Matemática

Caderno de prova

Este caderno, com dezesseis páginas numeradas sequencialmente, contém dez questões de Matemática. **Não abra o caderno antes de receber autorização.**

Instruções

1. Verifique se você recebeu mais dois cadernos de prova.
2. Verifique se seu nome, seu número de inscrição e seu número do documento de identidade estão corretos nas sobrecapas dos três cadernos.
Se houver algum erro, notifique o fiscal.
3. Destaque, das sobrecapas, os comprovantes que têm seu nome e leve-os com você.
4. Ao receber autorização para abrir os cadernos, verifique se a impressão, a paginação e a numeração das questões estão corretas.
Se houver algum erro, notifique o fiscal.
5. Todas as respostas e o desenvolvimento das soluções, quando necessário, deverão ser apresentados nos espaços apropriados, com caneta azul ou preta.
Não serão consideradas as questões respondidas fora desses espaços.

Informações gerais

O tempo disponível para fazer as provas é de cinco horas. Nada mais poderá ser registrado após o término desse prazo.

Ao terminar, entregue **os três cadernos** ao fiscal.

Nas salas de prova, não será permitido aos candidatos portar arma de fogo, fumar, usar relógio digital ou boné de qualquer tipo, bem como utilizar corretores ortográficos líquidos ou similares.

Será eliminado do Vestibular Estadual 2013 o candidato que, durante a prova, utilizar qualquer instrumento de cálculo e/ou qualquer meio de obtenção de informações, eletrônicos ou não, tais como calculadoras, agendas, computadores, rádios, telefones, receptores, livros e anotações.

Será também eliminado o candidato que se ausentar da sala levando consigo qualquer material de prova.

BOA PROVA!



Questão 01

Um imóvel perde 36% do valor de venda a cada dois anos. O valor $V(t)$ desse imóvel em t anos pode ser obtido por meio da fórmula a seguir, na qual V_0 corresponde ao seu valor atual.

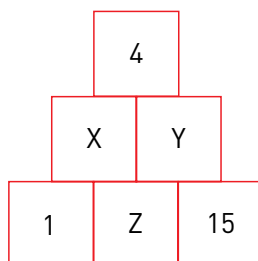
$$V(t) = V_0 \times (0,64)^{\frac{t}{2}}$$

Admitindo que o valor de venda atual do imóvel seja igual a 50 mil reais, calcule seu valor de venda daqui a três anos.

Desenvolvimento e resposta:

Questão 02

A ilustração abaixo mostra seis cartões numerados organizados em três linhas. Em cada linha, os números estão dispostos em ordem crescente, da esquerda para a direita. Em cada cartão, está registrado um número exatamente igual à diferença positiva dos números registrados nos dois cartões que estão imediatamente abaixo dele. Por exemplo, os cartões 1 e Z estão imediatamente abaixo do cartão X.

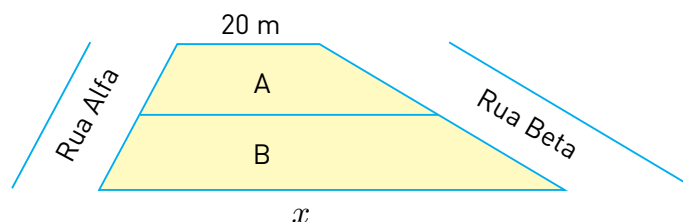


Determine os valores de X, Y e Z.

Desenvolvimento e resposta:

Questão 03

Dois terrenos, A e B, ambos com a forma de trapézio, têm as frentes de mesmo comprimento voltadas para a Rua Alfa. Os fundos dos dois terrenos estão voltados para a Rua Beta. Observe o esquema:

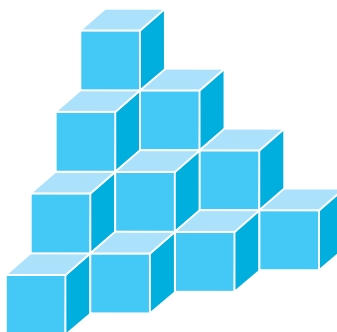


As áreas de A e B são, respectivamente, proporcionais a 1 e 2, e a lateral menor do terreno A mede 20 m. Calcule o comprimento x , em metros, da lateral maior do terreno B.

Desenvolvimento e resposta:

Questão 04

Na figura, está representada uma torre de quatro andares construída com cubos congruentes empilhados, sendo sua base formada por dez cubos.

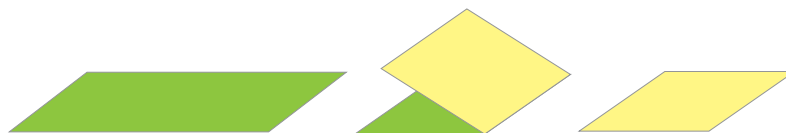


Calcule o número de cubos que formam a base de outra torre, com 100 andares, construída com cubos iguais e procedimento idêntico.

Desenvolvimento e resposta:

Questão 05

Considere uma folha de papel retangular que foi dobrada ao meio, resultando em duas partes, cada uma com metade da área inicial da folha, conforme as ilustrações.



Esse procedimento de dobradura pode ser repetido n vezes, até resultar em partes com áreas inferiores a 0,0001% da área inicial da folha.

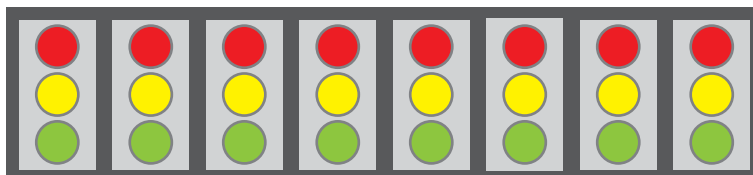
Calcule o menor valor de n . Se necessário, utilize em seus cálculos os dados da tabela.

x	2^x
9	$10^{2,70}$
10	$10^{3,01}$
11	$10^{3,32}$
12	$10^{3,63}$

Desenvolvimento e resposta:

Questão 06

Um sistema luminoso, constituído de oito módulos idênticos, foi montado para emitir mensagens em código. Cada módulo possui três lâmpadas de cores diferentes – vermelha, amarela e verde. Observe a figura:



Considere as seguintes informações:

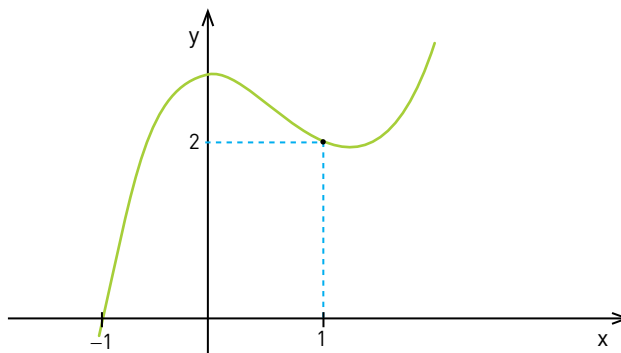
- cada módulo pode acender apenas uma lâmpada por vez;
- qualquer mensagem é configurada pelo acendimento simultâneo de três lâmpadas vermelhas, duas verdes e uma amarela, permanecendo dois módulos com as três lâmpadas apagadas;
- duas mensagens são diferentes quando pelo menos uma das posições dessas cores acesas é diferente.

Calcule o número de mensagens distintas que esse sistema pode emitir.

Desenvolvimento e resposta:

Questão 07

O gráfico abaixo representa a função polinomial P do 3º grau que intersecta o eixo das abscissas no ponto $(-1, 0)$.



Determine o resto da divisão de $P(x)$ por $x^2 - 1$.

Desenvolvimento e resposta:

Questão 08

Um professor propõe a um aluno uma tarefa de matemática composta das etapas descritas a seguir.

- 1ª Escrever o número de quatro algarismos da data de seu aniversário, dois referentes ao dia e dois referentes ao mês.
- 2ª Misturar os quatro algarismos desse número formando um número N , de modo que a ordem das unidades de milhar não seja ocupada por zero.
- 3ª Subtrair 1001 do número N , tantas vezes quantas forem necessárias, até obter o primeiro valor menor do que 1001.
- 4ª Informar ao professor o valor obtido na 3ª etapa.
- 5ª Calcular o resto R da divisão do número N , obtido na 2ª etapa, por 11.

O professor consegue determinar o valor de R sem conhecer o valor de N .

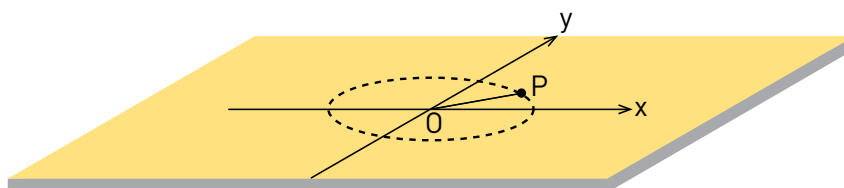
Sabendo que o valor obtido na 3ª etapa foi 204, determine R .

Desenvolvimento e resposta:

Questão 09

Um objeto de dimensões desprezíveis, preso por um fio inextensível, gira no sentido anti-horário em torno de um ponto O . Esse objeto percorre a trajetória T , cuja equação é $x^2 + y^2 = 25$.

Observe a figura:



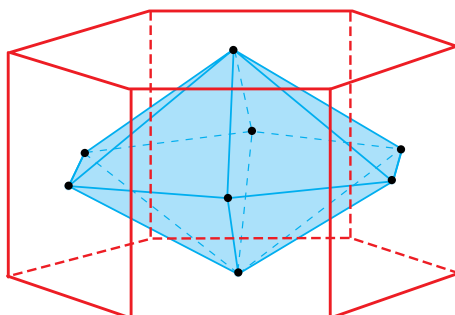
Admita que o fio arrebente no instante em que o objeto se encontra no ponto $P(4, 3)$. A partir desse instante, o objeto segue na direção da reta tangente a T no ponto P .

Determine a equação dessa reta.

Desenvolvimento e resposta:

Questão 10

Um cristal com a forma de um prisma hexagonal regular, após ser cortado e polido, deu origem a um sólido de 12 faces triangulares congruentes. Os vértices desse poliedro são os centros das faces do prisma, conforme representado na figura.



Calcule a razão entre os volumes do sólido e do prisma.

Desenvolvimento e resposta:

